OLIMPIADAS DE MATEMÁTICAS

Problemas Selectos de Entrenamiento

- CONAMAT
- CAMPEONATO DE JUEGOS MATEMÁTICOS Y LÓGICOS
- OLIMPIADA COPÉRNICUS
- CANGURO MATEMÁTICO
- AMERICAN MATHEMATICS COMPETITIONS
- OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICAS (ONEM)

MATERIAL GRATUITO

Math Academy

¡Entrena con los mejores!

GERMÁN A. VERGARA RETTES

PROBLEMAS CONAMAT

PROBLEMA 1

La velocidad de un hombre es a la velocidad de un ciclista como 1 es a 4. En una carrera alrededor de un circuito, en la que intervienen los dos y un motociclista, este último le saca 18 vueltas de ventaja al ciclista y 24 vueltas al hombre. ¿En qué relación están las velocidades del hombre y del motociclista?

PROBLEMA 2

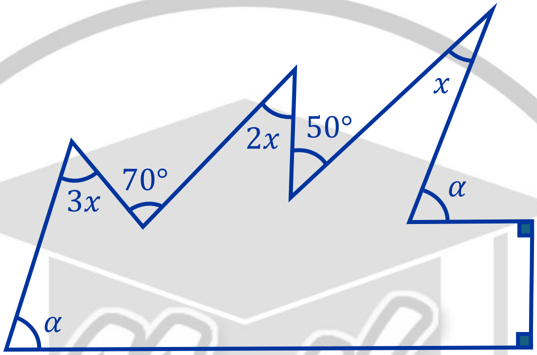
En el taller de confecciones Don Polo se invierte S/5100 en comprar remalladoras. Si cada polo producido tiene un costo de S/8,80 por el material y la mano de obra, y se puede vender a S/15,90, ¿cuántos polos deberá confeccionarse para obtener S/2000 de ganancia?

PROBLEMA 3

El lunes gané 640 dólares y cada día después gané la mitad de lo que gané el día anterior. Determine la diferencia positiva entre lo que gané el siguiente lunes y lo que gané en esa semana, en dólares.

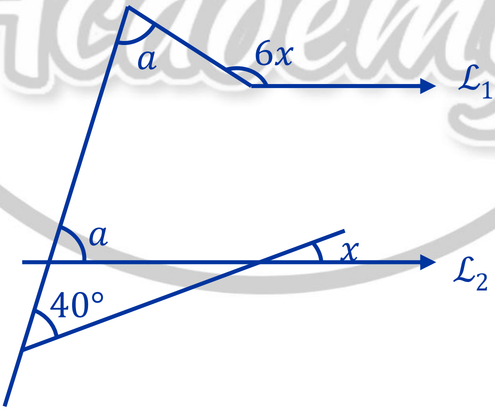
PROBLEMA 4

Según el gráfico, calcule x.



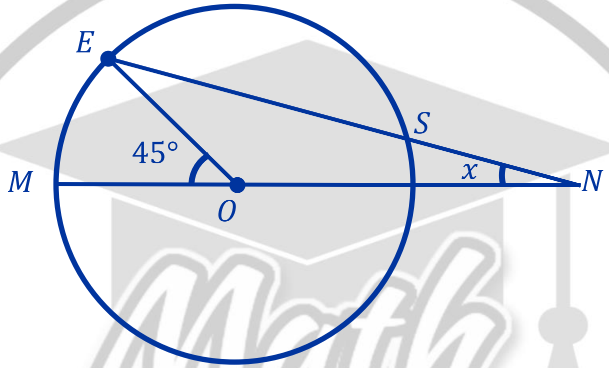
PROBLEMA 5

En el gráfico, $\mathcal{L}1//\mathcal{L}2$. Calcule x.



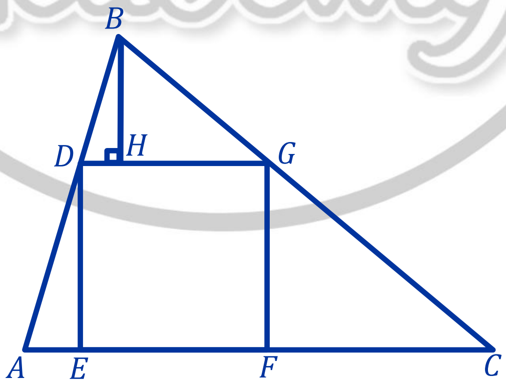
PROBLEMA 6

En el gráfico se muestra una circunferencia de centro O. Si $OM = SN$, calcule x.



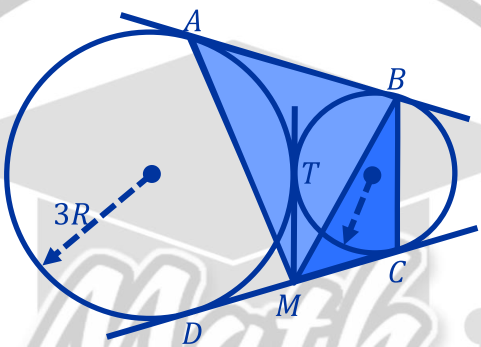
PROBLEMA 7

Según el gráfico, $DEFG$ es una región cuadrada de perímetro 12. Si $BH = 2$, calcule AC.



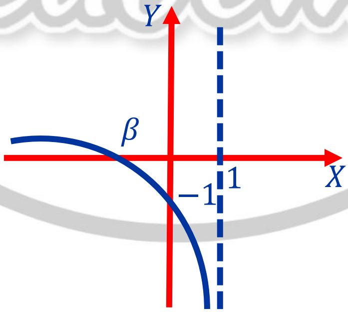
PROBLEMA 8

En el gráfico mostrado, A, B, C, D y T son puntos de tangencia y el área de la región triangular MBC es 10 u^2. Calcule el área de la región triangular $MABC$.



PROBLEMA 9

Si la función $f_{(x)} = log_2(a-x) + \frac{b}{2}$ está representada por la siguiente gráfica:



Determine el valor de $f^*(9) + a^\beta + b^{10}$, donde f^* es la función inversa de f.

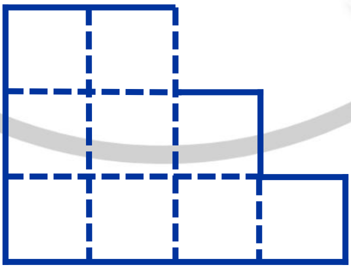
PROBLEMA 10

Un estudiante guarda en una caja con varias divisiones cierta cantidad de colores. Si él guarda 10 colores en cada división, faltarían más divisiones; pero, si él guarda 16 colores en cada división, por lo menos, dos divisiones quedarían vacías. Si al estudiante adicionalmente le regalaran una caja exactamente igual con 7 colores en cada división, entonces, él tendría en total 120 colores. ¿Cuántas divisiones tiene la caja?

PROBLEMAS CAMPEONATO DE JUEGOS MATEMÁTICOS Y LÓGICOS

PROBLEMA 11

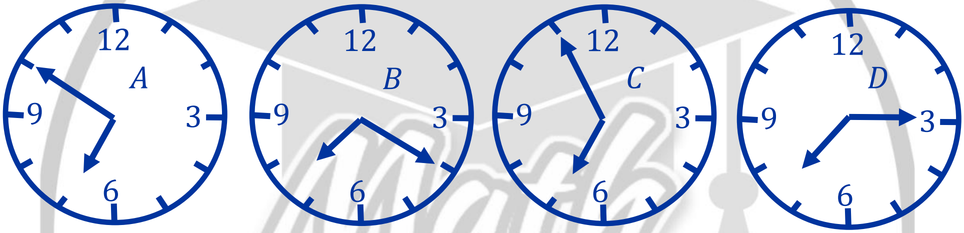
Partir el tablero en tres partes iguales para obtener tres figuras de la misma forma.



PROBLEMA 12

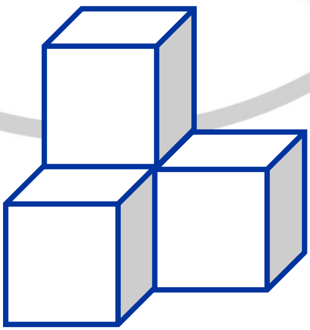
Sólo uno de estos relojes muestra la hora exacta de una reunión entre dos agentes de la FFJM. Busque el reloj que muestra la hora de dicha reunión, sabiendo que:

- Un reloj está adelantado 20 min.
- Un reloj está atrasado 5 min.
- Un reloj está adelantado 25 min.



PROBLEMA 13

Cuatro cubos pequeños fueron pegados tal y como muestra la figura. Alexis toma este sólido y cuenta todas las caras de los pequeños cubos que él puede ver. ¿Cuántas hay?



PROBLEMA 14

Los signos ( ), $+$ y $\times$ del cálculo de Landelin fueron borrados. Vuelva a colocarlos en el lugar correcto para que la siguiente igualdad sea correcta:

$$7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7 = 707.$$

PROBLEMA 15

Cada persona de un grupo ha sumado el número de la fecha de su cumpleaños y el número del mes de su cumpleaños. Todos han obtenido el mismo número, estrictamente mayor que 34, pero nadie cumple años el mismo día que otra persona. ¿Cuál es el número máximo posible de personas en el grupo?

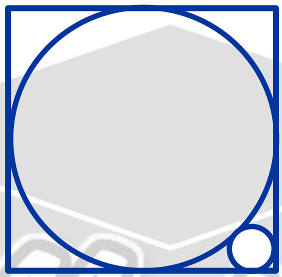
PROBLEMAS OLIMPIADA COPÉRNICUS

PROBLEMA 16

¿Cuántas formas hay de cubrir un cuadrado de 4×4 con solo 2×2 y 1×1 cuadrados, si las baldosas no se pueden cortar, exceder el límite del cuadrado grande, o superponerlas?

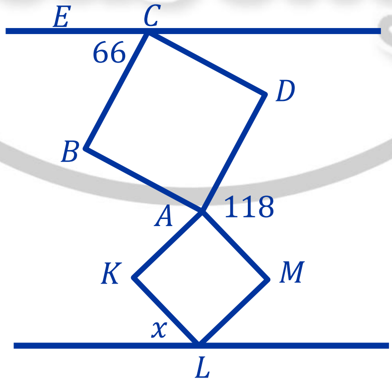
PROBLEMA 17

El cuadrado de la figura tiene una longitud de lado igual a 2. ¿Cuál es el radio del pequeño círculo? (los círculos se tocan).



PROBLEMA 18

Dentro de dos rectas paralelas hay dos cuadrados $ABCD$ y $AKLM$. Encuentre el ángulo $<TLK$, si$< BCE = 66°$ y $< DAM = 118°$.



PROBLEMA 19

Encuentra el término 70 del siguiente patrón.

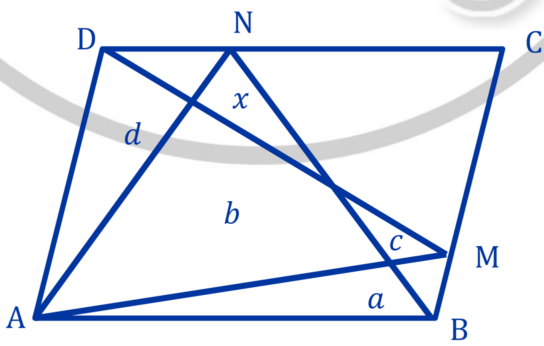
1.°	2.°	3.°	4.°	5.°	...	70.°
1	4	7	10	13	...	x

PROBLEMA 20

Los estudiantes de la clase de la Sra. Hein están de pie en un círculo. Están espaciados uniformemente y numerados consecutivamente comenzando con 1. El estudiante con el número 3 está de pie directamente frente al estudiante con número 17. ¿Cuántos estudiantes hay en la clase de la Sra. Hein?

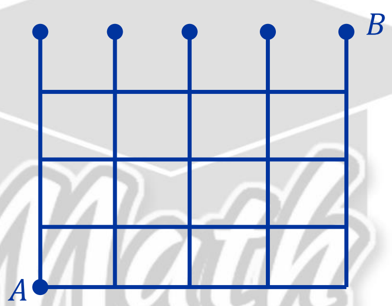
PROBLEMA 21

En el paralelogramo $ABCD$ de la figura, los puntos M y N son puntos de los lados BC y CD, respectivamente. Las áreas a, b, c y d son conocidas. ¿Cuál es el valor del área x?



PROBLEMA 22

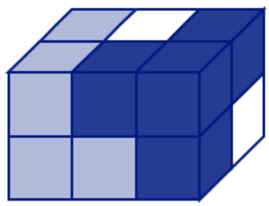
Una hormiga camina por la cuadrícula de abajo y puede moverse hacia la derecha o hacia arriba. Si tiene dos opciones para moverse, elige una al azar, con $\frac{1}{2}$ probabilidad. ¿Cuál es la probabilidad de que la hormiga comience en el punto A y termine en el punto B?



PROBLEMAS CANGURO MATEMÁTICO

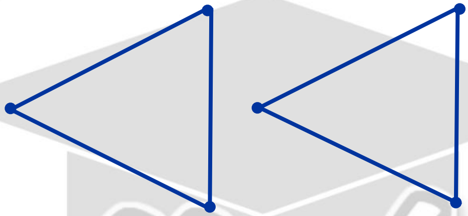
PROBLEMA 23

Un paralelepípedo ha sido construido con tres piezas (vea la figura). Cada pieza consiste de 4 cubitos del mismo color. ¿Cómo se ve la pieza que está formada por cubitos blancos?



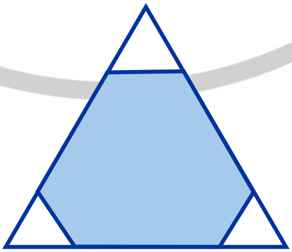
PROBLEMA 24

En la figura se muestra dos triángulos. ¿De cuántas formas se puede escoger dos vértices, uno de cada triángulo, de tal forma que la recta que pasa por esos dos vértices no atraviese ninguno de los dos triángulos?



PROBLEMA 25

Tres triángulos equiláteros pequeños del mismo tamaño son cortados de las esquinas de un triángulo equilátero que tiene lados de longitud 6 cm. La suma de los perímetros de los tres triángulos equiláteros pequeños es igual al perímetro del hexágono sombreado. ¿Cuánto miden los lados de los triángulos equiláteros pequeños?



PROBLEMA 26

Hay 2014 personas en una fila. Cada una de ellas es o bien un mentiroso (quien siempre miente) o bien un caballero (quien siempre dice la verdad). Cada persona dice: Hay más mentirosos a mi izquierda que caballeros a mi derecha. ¿Cuántos mentirosos hay en la fila?

PROBLEMA 27

Un cuadrado de 5×5 ha sido construido usando 25 fichas de 1×1, todas con el mismo patrón, como se muestra en la imagen. Cada ficha está conformada por tres triángulos negros y uno blanco. Para cada dos fichas adyacentes, es decir, que comparten un lado, los triángulos correspondientes que tienen ese lado en común son del mismo color. El perímetro del cuadrado de 5×5 consiste de 20 segmentos de longitud 1, los que pertenezcan a un triángulo negro serán llamados *segmentos negros* y los que pertenezcan a uno blanco, *segmentos blancos*. ¿Cuál es el menor número de segmentos negros (de longitud 1) que puede haber en el perímetro?

PROBLEMAS AMERICAN MATHEMATICS COMPETITIONS

PROBLEMA 28

Se insertan dos números enteros en la lista $3,3,8,11,28$ para duplicar su rango. La moda y la mediana permanecen sin cambios. ¿Cuál es la suma máxima posible de dos números adicionales?

PROBLEMA 29

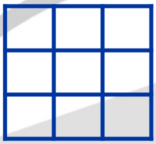
Alina escribe los números $1, 2, \ldots, 9$ en tarjetas separadas, un número por tarjeta. Quiere dividir las tarjetas en 3 grupos de 3 tarjetas para que la suma del número en cada grupo sea la misma. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto?

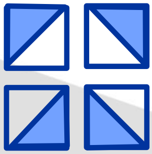
PROBLEMA 30

En una secuencia de números enteros positivos, cada término después del segundo es el producto de los dos términos anteriores. El sexto término de la secuencia es 4000. ¿Cuál es el primer término?

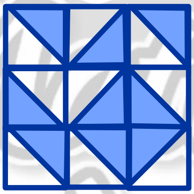
PROBLEMA 31

Cada cuadrado de una cuadrícula de 3×3 se rellena aleatoriamente con uno de los 4 mosaicos celestes y blancos que se muestran a continuación a la derecha.



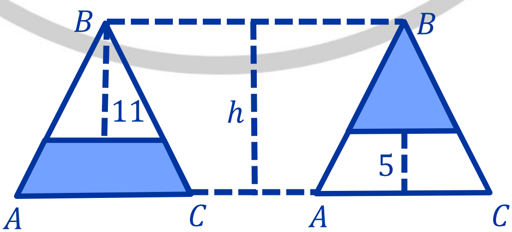


¿Cuál es la probabilidad de que el mosaico contenga un gran diamante gris en una de las 2×2 cuadrículas más pequeñas? A continuación se muestra un ejemplo de uno de esos mosaicos.



PROBLEMA 32

Isósceles ΔABC tiene lados iguales AB y BC . En la siguiente figura, los segmentos se dibujan paralelos para $\overline{AC}$ que las partes sombreadas $\Delta\ ABC$ tengan la misma área. Las alturas de las dos partes sin sombra son 11 y 5 unidades, respectivamente. ¿ Cuál es la altura h de ΔABC ?

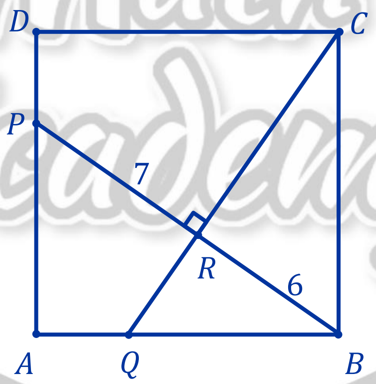


PROBLEMA 33

Un hexágono regular de longitud lateral 1 está inscrito en un círculo. Cada arco menor del círculo determinado por un lado del hexágono se refleja sobre ese lado. ¿Cuál es el área de la región delimitada por estos 6 arcos reflejados?

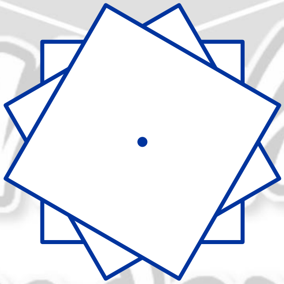
PROBLEMA 34

En el cuadrado $ABCD$, los puntos P y Q se encuentran en $\overline{AD}$ y $\overline{AB}$, respectivamente. Los segmentos $\overline{BP}$ y $\overline{CQ}$ se intersecan en ángulo recto en R, con $BR = 6$ y $PR = 7$. ¿Cuál es el área del cuadrado?



PROBLEMA 35

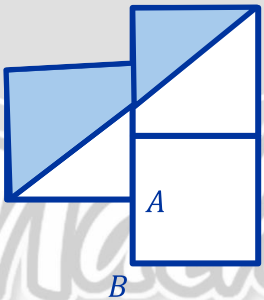
Tres hojas de papel cuadradas idénticas, cada una con la longitud de lado 6, están apiladas una encima de la otra. La hoja del medio se gira en el sentido de las agujas del reloj 30° alrededor de su centro y la hoja superior se gira en el sentido de las agujas del reloj 60° alrededor de su centro, lo que da como resultado el polígono de lados 24 que se muestra en la siguiente figura. El área de este polígono se puede expresar de la forma $a - b\sqrt{c}$, donde a, b y c son números enteros positivos y c no es divisible por el cuadrado de ningún número primo. Halle el valor de $a + b + c$.



PROBLEMAS DE LA ONEM

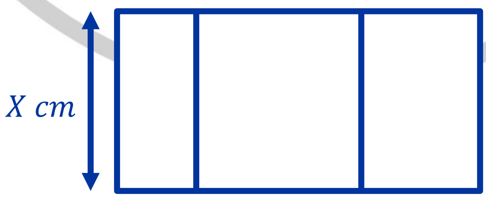
PROBLEMA 36

La siguiente figura se ha construido con dos cuadrados de 20 cm de lado y un cuadrado de 18 cm de lado. Determine el área de la región sombreada, en cm^2, si se sabe que el segmento AB mide 13 cm.



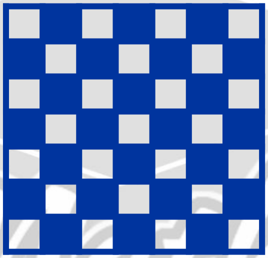
PROBLEMA 37

En la siguiente figura se puede observar que hay seis rectángulos en total. La suma de los perímetros de esos seis rectángulos es 138 cm y la suma de sus áreas es 198 cm^2. Determine el valor x, si se sabe que es un número entero.



PROBLEMA 38

Al inicio se tiene un tablero de 7×7 que tiene todas sus casillas blancas. Una operación consiste en escoger tres casillas consecutivas de una misma fila o una misma columna y cambiar el color de cada una de esas tres casillas: una casilla blanca cambia a negra y una casilla negra cambia a blanca. Determine como mínimo cuántas operaciones son necesarias para que el tablero quede de la siguiente forma:

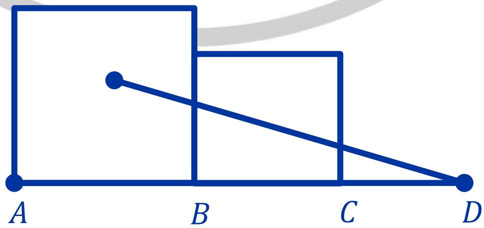


PROBLEMA 39

Determine cuántos enteros positivos n, con $n \leq 1000$, cumplen que $n(n+1)(n+2)$ es múltiplo de 9999.

PROBLEMA 40

En la figura se muestra dos cuadrados y una recta que pasa por sus centros. Si $AB = 8$ y $CD = 18$, calcule la longitud de BC.



PROBLEMA 41

Roxana tiene cinco tarjetas de colores distintos en una bolsa. Cada uno de los días lunes, martes y miércoles ella realizó el siguiente procedimiento: extrajo al azar tres tarjetas y las devolvió a la bolsa. Si la probabilidad de que cada tarjeta haya sido extraída al menos una vez (considerando los tres días) es $\frac{m}{n}$, donde m y n son enteros positivos coprimos, calcule el valor de $m + n$.

PROBLEMA 42

Un conjunto finito A de números reales es llamado interesante si para cualquier elemento $x \in A$ se verifica la condición $x(x - 1) \in A$. Sea U la unión de todos los conjuntos interesantes que tienen exactamente 12 elementos. Determine cuántos elementos tiene el conjunto U.

PROBLEMA 43

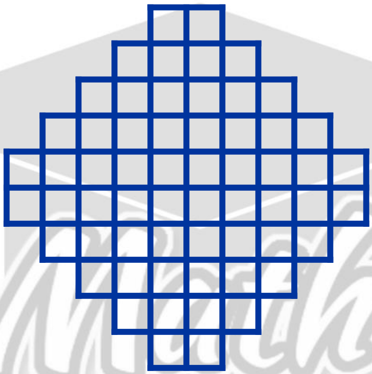
Las medidas de los ángulos de un triángulo acutángulo, en grados sexagesimales, son números naturales. Además, la medida del mayor ángulo es igual a 5 veces la medida del menor ángulo. Calcule la medida del mayor ángulo.

PROBLEMA 44

En una pollería el cuarto de pollo a la brasa cuesta 12 soles, medio pollo a la brasa cuesta 23 soles y un pollo a la brasa cuesta 45 soles. ¿cuánto debe gasta, como mínimo, un grupo de 15 personas si cada una debe comer un cuarto de pollo?

PROBLEMA 45

Se dice que dos torres ubicadas sobre un tablero *se atacan* si están en la misma fila o en la misma columna. Determine de cuantas formas se pueden ubicar 10 torres idénticas sobre el siguiente tablero, de tal manera que no haya dos torres que se ataquen.



PROBLEMA 46

En cada casilla de un tablero de 22×22 se escribe uno de los números 0, 1 o -1. Determine el mayor valor posible de la suma de todos los números.

PROBLEMA 47

Encuentre la cantidad de parejas de números enteros (x, y) con $1 < x < y$, tales que el siguiente número es entero:

$$\frac{x}{y} + \frac{2}{x} + \frac{1}{xy}$$

PROBLEMA 48

En 1000 tarjetas están distribuidos los números del o al 999, un número en cada tarjeta. Se escoge una de esas tarjetas (que no es 0 ni 1) y se coloca en el centro de una circunferencia, mientas que las otras se colocan alrededor de la circunferencia de tal manera que la suma de cualesquiera k números consecutivos en la circunferencia sea divisible por el número colocado en el centro. Determine para cuántos valores de k esta situación es posible, donde $2 \leq k \leq 999$.

Academia Virtual - Especialistas en Matemáticas

¡TE ENTRENAMOS PARA LOS CONCURSOS Y OLIMPIADAS MÁS IMPORTANTES!

- ONEM
- CONAMAT
- Canguro Matemático
- Olimpiada de Mayo
- Copérnicus
- Concurso Binaria
- AMC
- Torneo de jóvenes Matemáticos
- Campeonato de juegos matemáticos y lógicos

ENTRENAMIENTO ONEM-CONAMAT

ONEM ENTRENAMIENTO INTENSIVO

ETAPA NACIONAL

- CICLO VERANO
- CICLO SEMESTRAL
- CICLO INTENSIVO
- CICLO ESPECIAL
- CICLO CONAMAT
- CICLO BINARIA

¡La preparación más completa!

- Teoría de Números
- Combinatoria
- Geometría
- Álgebra
- Aritmética
- R. Matemático
- Trigonometría