Quinto grado de secundaria

+ − α Σ

Tema P

1. Los volúmenes de vino que hay en tres toneles están en la relación de 3; 5 y 10, respectivamente. Se vierte cierto volumen del segundo tonel al primero y luego $\frac{1}{3}$ más de dicho volumen, del tercer tonel al segundo, quedando los nuevos volúmenes en la relación de 5; 7 y 12, respectivamente. Si los volúmenes finales de vino del tercer y primer tonel se diferencian en 315 litros, ¿cuántos litros de vino tenía inicialmente el segundo tonel?

A) 240 B) 264
C) 300 D) 310

2. Diez amigos se reparten un premio de S/25 200 de manera inversamente proporcional a la cantidad de problemas mal resueltos que tuvieron. Si la cantidad de problemas mal resueltos del primer amigo, segundo amigo, tercer amigo, cuarto amigo, quinto amigo, sexto amigo, séptimo amigo, octavo amigo, noveno amigo y décimo amigo fueron 2; 6; 12; 20; 30; ..., respectivamente. ¿Cuánto recibió el séptimo amigo?

A) S/450 B) S/495
C) S/515 D) S/575

3. Se impone un capital de N soles al 40% de interés con capitalización semestral durante 3 años. Si la diferencia de los intereses obtenidos en el quinto y tercer periodo de capitalización fue 1584 soles, halle el interés obtenido en el segundo periodo de capitalización.

A) 2164 soles B) 2400 soles
C) 2720 soles D) 3000 soles

4. Usando solo como cifras los divisores propios de 12, ¿cuántos números de 3 cifras diferentes entre sí se pueden formar?

A) 24 B) 10
C) 60 D) 30

5. En el último examen de matemáticas de un aula con 10 estudiantes se obtuvieron las siguientes notas: 12, 10, 12, 13, 9, 16, 8, 16, 6, 8. Calcule la varianza de dichas notas.

A) 10 B) 10,4
C) 11 D) 11,5

6. Si $\cot\theta = \frac{n}{a}$ y $A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{a}{n} \\ -\frac{a}{n} & 1 \end{bmatrix}$, determine la traza de A^n.

A) $2\left(1+\frac{a^2}{n^2}\right)^{\frac{n}{2}} \cdot \cos(n\theta)$

B) $2\left(1-\frac{a}{n}\right)^{\frac{n}{2}} \cdot \operatorname{sen}^n(\theta)$

C) $\left(\frac{a}{n}\right)^2 \cdot \cos(n\theta)$

D) $2^n\left(1-\frac{n}{a}\right)^n \cdot \operatorname{sen}(n\theta)$

7. Determine cuántos $z\in\mathbb{C}$, tal que $|z| = \frac{1}{2}$ y $\left|\frac{z}{\bar{z}}+\frac{\bar{z}}{z}\right| = 1$.

A) 8 B) 5
C) 10 D) 9

8. Dado el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} ax+2y+3z=1 \\ 2x+ay-3z=4 \\ 3x-y+2z=-5 \end{cases}$$

si $(x_0;\ y_0;\ z_0)$ es la solución del sistema, determine la suma de los cinco primeros valores enteros que toma a, tal que $x_0>0$.

A) 10 B) 20
C) 29 D) 35

9. Una compañía de productos químicos se ha diversificado introduciéndose en el sector de alimentación, produciendo alimentos mezclados de forma especial. Actualmente ha recibido un pedido de 200 kg, como mínimo, de una mezcla constituida por dos ingredientes: A y B. El primer ingrediente A le cuesta a la compañía S/50 el kg; el segundo ingrediente le cuesta S/100 el kg. La mezcla no puede contener más del 40% del ingrediente A y debe tener al menos 30% de B. Determine la cantidad óptima de cada ingrediente en la mezcla para minimizar los costos.

A) 70 del tipo A y 130 del tipo B
B) 100 del tipo A y 200 del tipo B
C) 120 del tipo A y 90 del tipo B
D) 80 del tipo A y 120 del tipo B

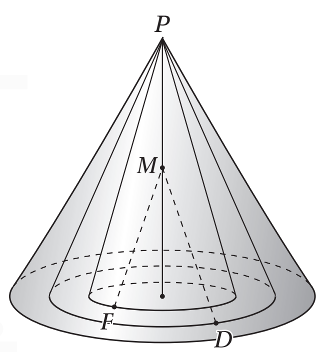
10. En un triángulo rectángulo ABC recto en B, se traza la bisectriz interior AP, tal que $BP=6$ y $CP=8$. Calcule el área que genera $\overline{CP}$ cuando gira una vuelta alrededor de $\overleftrightarrow{AC}$.

A) 96π B) 72π
C) 24π D) 48π

11. En un vaso cilíndrico que contiene gaseosa, se introduce una fruta esférica tangente a la superficie lateral y la base del vaso, tal que la gaseosa está a punto de derramarse; cuando se inclina, se derrama la cuarta parte de la capacidad del vaso, y la superficie de la gaseosa es tangente a la fruta. ¿Qué ángulo está inclinado el vaso respecto a la horizontal?

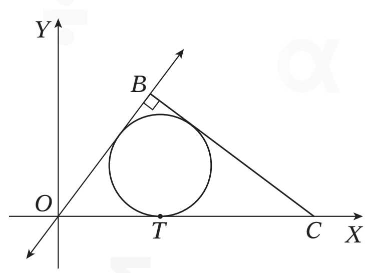
A) 45° B) 60°
C) 53° D) 74°

12. Según el gráfico, los conos son de revolución. Si la suma de los volúmenes de los conos de menor volumen es igual al volumen del cono de mayor volumen, M es punto medio de la altura de los conos y $(MF)^2+(MD)^2=90$, calcule el volumen del cono mayor que además es equilátero.



A) $144\sqrt{3}\pi$ B) $36\sqrt{3}\pi$
C) 90π D) $72\sqrt{3}\pi$

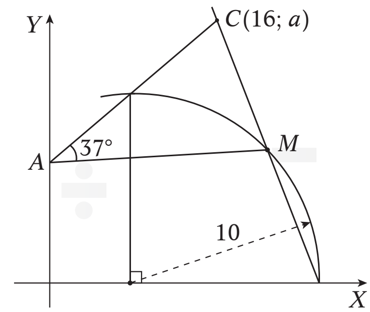
13. Según el gráfico, la circunferencia está inscrita en el triángulo OBC. Si $OT=2$ y $TC=3$, halle la pendiente de $\overleftrightarrow{OB}$.



A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$

C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{3}{2}$

14. Según el gráfico, $AC=AM$. Halle la suma de coordenadas de A y C.



A) 48 B) 36
C) 26 D) 30

15. Dado un cuadrado $ABCD$ de lado 6, los cuadrantes de centros A y D, de radio AD, se intersecan en M. Calcule el área de la superficie del sólido generado por la región mixtilínea BAM cuando gira una vuelta alrededor de $\overleftrightarrow{AD}$.

A) 92π B) 96π
C) 54π D) 108π

16. En un tetraedro regular $ABCD$, si la distancia del punto medio de $\overline{AB}$ al centro de la cara ADC es 3, calcule el área de la superficie total.

A) $36\sqrt{3}$ B) $48\sqrt{3}$
C) $42\sqrt{2}$ D) $54\sqrt{3}$

17. Dado un tronco de prisma regular $EFGH$-$ABCD$, $EA=11$ y $GC=3$. Si su volumen es 112 y $\overline{EA}\perp \square ABCD$, calcule el área de la superficie lateral.

A) 84 B) 96
C) 120 D) 112

18. Dado el sistema de ecuaciones
$2\operatorname{sen}x\operatorname{sen}y+\cos x=0$
$1+\operatorname{sen}y\cos x=2\cos^2 y\operatorname{sen}x$
donde $0<x<2\pi$
$0<y<2\pi$
Calcule el mayor valor de $x+y$.

A) $\frac{5\pi}{3}$ B) $\frac{3\pi}{2}$

C) $\frac{11\pi}{6}$ D) 2π

19. Al graficar las funciones

$f(x)=\operatorname{sen}x+\frac{1}{2}\operatorname{sen}2x$

$g(x)=\cos x-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}$

en el intervalo $\langle 0;\ 10\pi\rangle$, el número de intersecciones será igual a

A) 4 B) 5
C) 8 D) 9

20. Al reducir la expresión

$$\frac{\tan 20°\cdot\tan^2 10° + \tan 40°\cdot\tan^2 20°}{2\tan 40° - \csc 40°}$$

se obtiene

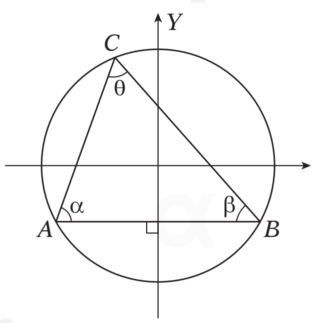
A) 1 B) tan20°
C) tan40° D) cot40°

21. Calcule el valor de la expresión

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{2\pi}{7}}{\operatorname{sen}\frac{\pi}{7}} - \frac{\operatorname{sen}\frac{3\pi}{7}}{\operatorname{sen}\frac{2\pi}{7}} + \frac{\operatorname{sen}\frac{6\pi}{7}}{\operatorname{sen}\frac{3\pi}{7}}$$

A) 1 B) $\frac{\sqrt{7}}{2}$
C) $\frac{1}{2}$ D) $\sqrt{7}$

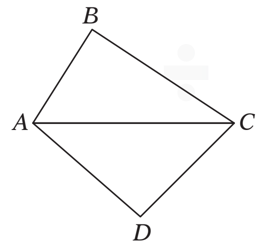
22. En la circunferencia trigonométrica, las ordenadas de los puntos C y A son n y $-q$, respectivamente. Si el segmento que une el baricentro con el ortocentro de la región triangular ABC es paralelo al segmento AB, además $\tan\alpha=2$,



calcule $\frac{n\tan\beta + 4q\tan\theta}{n+q}$.

A) 2 B) $\frac{5}{3}$
C) $\frac{10}{3}$ D) $\frac{11}{3}$

23. En el diseño de un terreno $ABCD$, se observa que las longitudes AB y BC miden 20 m y 30 m, respectivamente, además, ACD es un triángulo equilátero. Se desea calcular la máxima longitud de la diagonal BD, la cual será igual a



A) 40 m B) 50 m
C) $20\sqrt{6}$ m D) $20\sqrt{5}$ m

24. Al eliminar la variable angular de las condiciones

$x=\cos\theta+\cos 2\theta$

$y=\operatorname{sen}\theta+\operatorname{sen}2\theta$

se obtiene $(x^2+y^2)^2=Ax^2+By^2+Cx$. Donde A, B y C pertenecen al conjunto de los enteros positivos, calcule $A+B+2C$.

A) 5 B) 6
C) 8 D) 10

25. Al definir la función f mediante la regla de correspondencia $f(x)=\cos^4 x - \operatorname{sen}^4 x + \frac{1}{64}\sec^4 x$ donde $0 < x < \frac{\pi}{2}$, se obtiene que el mínimo valor de la función es M, entonces $(4M+3)^2+5$ será igual a

A) 6 B) 9
C) 14 D) 30

5.°

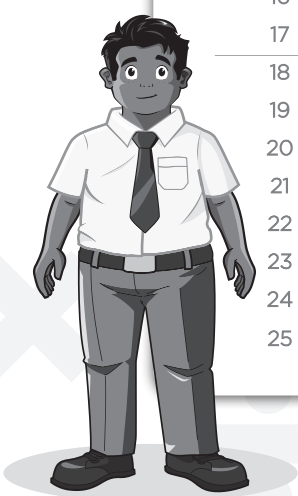
QUINTO GRADO DE SECUNDARIA

Prueba Final

CLAVES

Tema P

N.° de Pregunta	Curso	Clave
1	Aritmética	C
2	Aritmética	B
3	Aritmética	D
4	Estadística	C
5	Estadística	B
6	Álgebra	A
7	Álgebra	A
8	Álgebra	C
9	Álgebra	D
10	Geometría	D
11	Geometría	C
12	Geometría	D
13	Geometría	B
14	Geometría	B
15	Geometría	D
16	Geometría	A
17	Geometría	D
18	Trigonometría	C
19	Trigonometría	B
20	Trigonometría	A
21	Trigonometría	A
22	Trigonometría	C
23	Trigonometría	B
24	Trigonometría	D
25	Trigonometría	B



conamat
CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICA
+ − α Σ