

PROBLEMAS SELECTOS DE ENTRENAMIENTO ONEM ETAPA II.EE

Problemas selectos para la Olimpiada Nacional Escolar de Matemáticas



*¡Entrena con
los mejores!*

GERMÁN A. VERGARA RETTES

www.mathacademyperu.com



PROBLEMA 1

Carlos presta su triciclo a razón de 2 chocolates por 3 horas o 12 caramelos por 4 horas. Miguel le da a Carlos 3 chocolates y x caramelos. Entonces Carlos le presta a Miguel su triciclo por un tiempo de 9 horas y 50 minutos. Calcula el valor de x .



PROBLEMA 2

Mi tía Rosa se reduce la edad en 5 años y mi tía Marta se reduce la edad en 7 años. Certo día, cuando las fui a visitar, les pregunté sus edades. Según lo que me dijeron, resultó que la diferencia de sus edades era 11 años. Si mi tía Marta es la mayor, la verdadera diferencia entre sus edades es:



PROBLEMA 3

Ana, Bere, Carmen, Daniel, Edgar y Francy tiraron un dado cada uno. Todos ellos obtuvieron números distintos.

- El número que Ana obtuvo es el doble del de Bere.
- El número que Ana obtuvo es el triple del de Carmen.
- El número que Daniel obtuvo es cuatro veces el de Edgar.

¿Qué número obtuvo Francy?





PROBLEMA 4

Dos Gatos, Tony y Puchis, atraparon 42 ratones en tres días. Cada día, Tony caza dos veces los ratones que cazó el día anterior. Mientras que Puchis, atrapa dos ratones más de los que cazó el día anterior. Sin embargo, ellos casan el mismo número de ratones en los tres días. ¿Cuántos ratones atraparon ellos el primer día?



PROBLEMA 5

Se tiene la siguiente secuencia de tableros en los cuales se han sombreado algunas casillas de color verde y otras de color azul, siguiendo el mismo patrón. Determine la cantidad de casillas verdes en la décimo quinta figura.

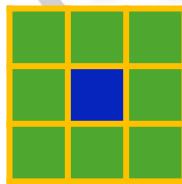


Fig. 1

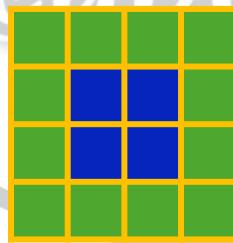


Fig. 2

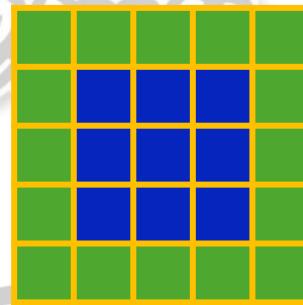


Fig. 3



PROBLEMA 6

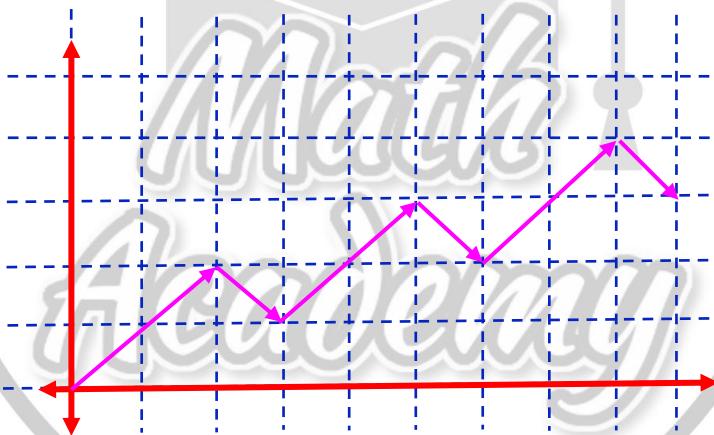
¿Cuántos números primos de dos dígitos se pueden formar escogiendo dos dígitos distintos de la lista:

2, 4, 5, 7, 8, 9?



PROBLEMA 7

Una partícula se mueve en el plano como se indica en la figura:



Durante los primeros dos minutos avanza desde el origen hasta el punto $(2,2)$. Al minuto siguiente decae hasta el punto $(3,1)$, luego continúa como al comienzo, es decir avanza dos minutos y decae uno. Determine la suma de coordenadas del punto exacto en el que está la partícula a las 3 horas.





PROBLEMA 8

Germán le dice a su esposa Ana, que el número de su boleto de avión es de 3 dígitos y múltiplo de 9, comienza en 6 y el dígito de las unidades es la igual a la edad de su hija, Thais. Ana dice “aún no puedo saber el número de tu boleto” y Germán dice “no te preocupes, te daré una pista más para que estés completamente segura del número: no es múltiplo de 7”. ¿Cuál es el número de boleto de avión de Germán?



PROBLEMA 9

Germán escribe 2024 el primer día. Cada día que sigue él escribe la suma de los cubos de los dígitos del número que escribió el día anterior. ¿Qué número escribirá Germán el día 2024?



PROBLEMA 10

Tengo 4 camisas azules, 3 rojas y 6 amarillas. Además 2 pantalones azules, 5 rojos y 2 amarillos. ¿De cuántas maneras distintas me puedo vestir, de manera que mi pantalón y camisa sean de colores distintos?





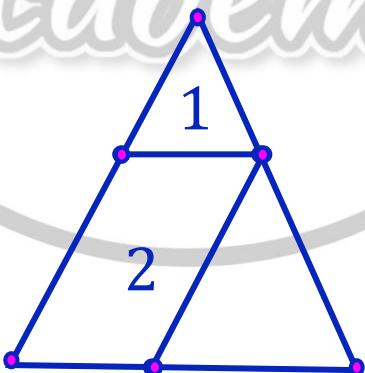
PROBLEMA 11

Germán reemplaza dos dígitos al número 777 para obtener el mayor número posible de tres dígitos que es divisible por 7. Ana también reemplaza dos dígitos del número 777 para obtener el menor número posible de tres dígitos divisible por 7. Determine la suma de los números encontrados por Germán y Ana.



PROBLEMA 12

El triángulo de la siguiente figura está conformado por 2 triángulos equiláteros y un paralelogramo. En 2 de estas figuras está escrito el perímetro de estas figuras. ¿Cuál es el perímetro del triángulo que no se le asignó perímetro?





PROBLEMA 13

En Math Academy hay 360 alumnos entre niños y niñas. El 32% de los niños y el 60% de las niñas se preparan para CONAMAT, siendo en total 160 los alumnos que se preparan para CONAMAT. Determine la diferencia entre la cantidad de niños y niñas que hay en Math Academy.



PROBLEMA 14

Se tienen 18 tarjetas y en cada una de ellas se escribe el número 4 o el número 5. Si la suma de los 18 números es divisible por 17, determine la cantidad de tarjetas en las que se escribió el número 5.



PROBLEMA 15

Para a y b enteros positivos, definimos:

$$a \triangle b = a + b + ab.$$

Sea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$.

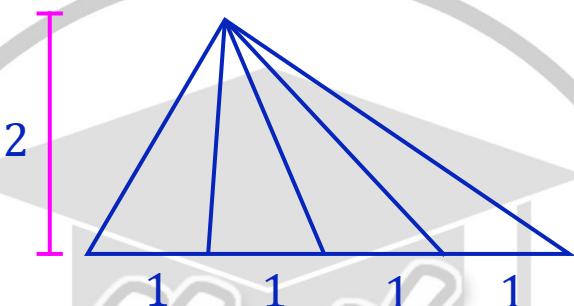
¿Cuántas parejas $(a; b)$, de elementos de A , satisfacen que $a \triangle b$ es par?





PROBLEMA 16

La suma de las áreas de todos los triángulos que podemos encontrar en la figura es:



PROBLEMA 17

¿Cuál es la suma de todos los dígitos que se usan al escribir los números enteros del 1 al 1000, incluyéndolos?



PROBLEMA 18

Considere la función $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $f(1) = 2$ y $f(2) = 0$ y para todo natural n , satisface las siguientes condiciones:

- $f(3n) = 3f(n) + 1$
- $f(3n + 1) = 3f(n) + 2$
- $f(3n + 2) = 3f(n)$

Calcule $f(2025)$.





PROBLEMA 19

En el tablero hay 5 minas ocultas y cada mina ocupa una casilla.

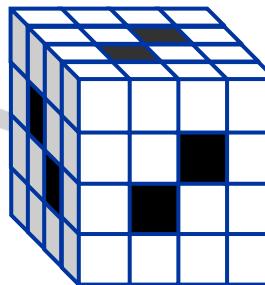
		3		
			2	
1				
	1	2		

Los números de cada casilla indican la cantidad de minas que hay en sus casillas vecinas, tanto en horizontal, vertical o diagonal. En las casillas con números no hay minas. Calcule la cantidad de minas que hay en total en dicho tablero.



PROBLEMA 20

Un cubo $4 \times 4 \times 4$ está formado por 64 cubos de $1 \times 1 \times 1$. Si se hacen seis agujeros de tamaño $4 \times 1 \times 1$ atravesando el cubo grande como se indica en la figura:



entonces la cantidad de cubos de $1 \times 1 \times 1$ que quedan del cubo inicial es:





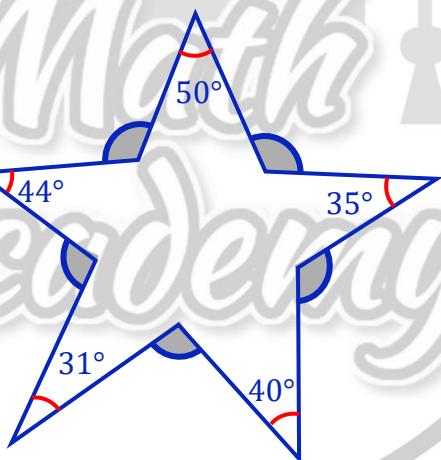
PROBLEMA 21

Sea ABC un triángulo isósceles tal que la $m\angle ABC = 50^\circ$, D es el pie de perpendicularidad bajada desde A a \overline{BC} . Encuentra la suma de las posibles medidas para el $\angle CAD$.



PROBLEMA 22

Lucía dibuja una estrella y escribe la medida de los ángulos que se forman en sus picos como se ve a continuación.

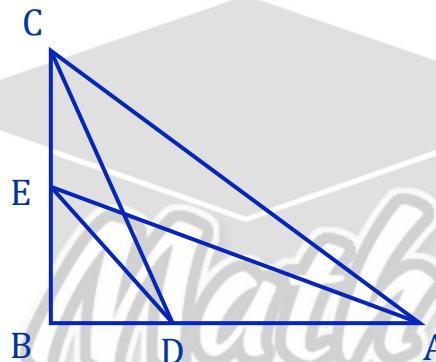


¿Cuál es el valor de la suma de los ángulos marcados de gris?



**PROBLEMA 23**

Se tiene un triángulo rectángulo $\triangle ABC$, con el ángulo recto en B . Los puntos D y E están sobre AB y BC respectivamente. Si AC mide 60 cm, AE mide 52 cm y DC mide 39 cm. ¿Cuánto mide el segmento DE ?

**PROBLEMA 24**

Se tienen 96 tarjetas numeradas del 1 al 96. ¿De cuántas maneras se pueden tomar dos tarjetas de modo que el producto de los números seleccionados sea múltiplo de 3 y su suma sea múltiplo de 6?





PROBLEMA 25

Un número se llama *Cuatreado* si al multiplicar sus dígitos el resultado es un número que es múltiplo de 4, por ejemplo, 256 es *Cuatreado* ya que notamos que $2 \times 5 \times 6 = 60$ es múltiplo de 4, (4×15). Calcula la cantidad de números de tres dígitos que NO son *Cuatreados*.



PROBLEMA 26

Los números 3448, 3002 y 3231 tienen algo en común: son números de cuatro dígitos que comienzan en 3 y que tienen exactamente dos dígitos idénticos. ¿ Cuántos números con tales características hay?



PROBLEMA 27

Cuando cada uno de los números 113744 y 109417 es dividido por el entero positivo N , que tiene tres dígitos, se obtienen los residuos 119 y 292, respectivamente. Halle el valor de N .

(selectivo IMC Perú)



**PROBLEMA 28**

La ecuación $4x^2 + \frac{10}{3x} = \frac{61}{9}$ tiene tres raíces reales $a < b < c$.

Calcule el valor de $\frac{120}{b}$.

(selectivo IMC Perú)

**PROBLEMA 29**

Sea ABC un triángulo tal que $\angle ABC = 20^\circ$ y $BA = BC$. Exeriormente al triángulo, se construye el cuadrado $BCFL$. Los segmentos AL y BF se intersecan en Q . Calcule la medida del ángulo $\angle AQC$.

(selectivo IMC Perú)

**PROBLEMA 30**

De cuántas formas se puede ordenar 4 bolas rojas, 4 bolas azules y 4 bolas verdes en una fila si no debe haber dos bolas verdes juntas.

Aclaración: Considere que las bolas de un mismo color son idénticas entre sí.

(selectivo IMC Perú)

